

《数学分析III》教学大纲

课程编码：1512100705

课程名称：数学分析III

学时/学分：80/5

先修课程：《数学分析I》、《数学分析II》

适用专业：信息与计算科学

开课教研室：分析与方程教研室

一、课程性质与任务

课程性质：《数学分析III》是信息与计算科学专业的一门重要的专业基础课程，它的主要内容包括多元函数微分学与多元函数积分理论。它是进行数学研究的理论基础，着重研究解决数学问题的基础方法及其理论。

课程任务：开设本课程的目的是培养学生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力和综合运用所学的知识分析和解决问题的能力。通过系统的学习与严格的训练，使学生全面掌握数学分析中的多元函数微分学与多元函数积分理论；提高建立数学模型并应用多元函数微分学与多元函数积分理论这些工具解决实际问题应用问题的能力。

二、课程教学基本要求

掌握周期函数的 Fourier 级数展开方法。深刻理解偏导数, 全微分的概念及几何意义; 深刻理解方向导数, 梯度的概念及它们之间的关系; 理解连续, 偏导数存在与可微之间的关系; 掌握混合偏导与对变元求导顺序无关定理的条件; 掌握二元函数中值定理, 泰勒公式及应用; 熟练掌握计算多元函数偏导数, 全微分, 方向导数, 梯度的算法, 并熟悉有关算符; 掌握二元函数极值的计算。深刻理解隐函数, 隐函数组的概念; 掌握变换的函数行列式及逆变换的概念; 理解空间曲线的切线与法平面; 曲面的切平面与法线的定义并掌握其求法; 理解隐函数存在唯一性定理及可微性定理; 了解隐函数组定理, 反函数组定理; 掌握隐函数一阶、二阶导数的求法; 掌握拉格朗日乘数法。掌握含参量正常积分及性质; 掌握对含参量积分的求导方法; 掌握含参量非正常积分及性质、一致收敛判别法。深刻理解第一型、第二型曲线积分, 第一型、第二型曲线积分的概念及物理意义; 掌握第一型、第二型曲线积分的计算; 掌握第一型、第二型曲线积分联系。掌握平面有界点集可求面积的条件; 掌握二重积分可积性判定; 深刻理解二重积分、三重积分的概念及二重积分的几何意义; 了解二重积分存在的条件及重积分的性质; 熟练掌握化二重积分、三重积分为累次积分的方法; 掌握重积分的换元法。牢固掌握二重积分变量变换定理; 掌握利用重积分计算曲面面积的方法。理解简单闭曲线, 域的连通性, 曲面的侧等概念; 牢固掌握高斯公式、斯托克斯公式; 了解两类曲面积分, 两类曲面积分的联系; 熟练掌握曲面积分, 曲面积分的计算。

成绩考核形式为考试成绩考核形式：末考成绩（闭卷考试）（70%）+平时成绩（作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）。成绩评定采用百分制，60分为及格。

三、课程教学内容

第十五章 傅里叶（Fourier）级数级数

1. 教学基本要求

掌握三角级数和函数的 Fourier 级数展开。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

掌握三角级数，三角函数系的正交性，傅里叶级数的概念。理解函数可展成傅里叶级数的含义。了解傅里叶级数的收敛定理。

3. 教学重点和难点

教学重点是函数的 Fourier 级数展开，Fourier 级数的分析性质。教学难点是函数的 Fourier 级数展开。

4. 教学内容

第一节 傅里叶级数

1. 三角级数和正交函数系
2. 以 2π 为周期的函数的傅里叶级数
3. 收敛定理

第二节 以 $2l$ 为周期的函数的展开式

1. 以 $2l$ 为周期的函数的 Fourier 级数
2. 偶函数和奇函数的 Fourier 级数

第十六章 多元函数的极限与连续

1. 教学基本要求

掌握平面点集的相关概念，掌握重极限和累次极限知识，掌握二元函数连续性概念。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

掌握平面点集的有关概念和多元函数的定义。理解平面点集的完备性定理。掌握重极限和累次极限的区别和关系及其求法。掌握二元函数的连续性概念，有界闭区域上的多元连续函数的性质。

3. 教学重点和难点

教学重点是平面点集相关概念，平面点集的完备性定理，重极限和累次极限，多元函数的连续，有界闭区域上的多元连续函数的性质。教学难点是平面点集的完备性定理。

4. 教学内容

第一节 平面点集和多元函数

1. 平面点集
2. 平面上的完备性定理
3. 二元函数
4. n 元函数

第二节 二元函数的极限

1. 二元函数的极限
2. 累次极限

第三节 二元函数的连续性

1. 二元函数的连续性概念
2. 有界闭域上连续函数的性质

第十七章 多元函数微分学

1. 教学基本要求

深刻理解偏导数, 全微分的概念和方向导数, 梯度的概念, 理解连续, 偏导数存在与可微之间的关系, 熟练计算多元函数的偏导, 高阶偏导, 复合函数的偏导等, 掌握二元函数极值计算。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

深刻理解偏导数, 全微分的概念及几何意义。深刻理解方向导数, 梯度的概念及它们之间的关系。理解连续, 偏导数存在与可微之间的关系。掌握混合偏导与对变元求导顺序无关定理的条件及证明。掌握二元函数中值定理, 泰勒公式及应用。熟练掌握计算多元函数偏导数, 全微分, 方向导数, 梯度的算法, 并熟悉有关算符。掌握二元函数极值的计算。

3. 教学重点和难点

教学重点全微分、偏导数、可微的几何意义, 复合函数的链式法则, 高阶偏导数和高阶全微分。**Taylor** 公式与极值。教学难点是复合函数高阶偏导数和中值定理, **Taylor** 公式。

4. 教学内容

第一节 可微性

1. 可微性与全微分
2. 偏导数
3. 可微性条件
4. 可微性几何意义及应用

第二节 复合函数微分法

1. 复合函数的求导法则
2. 复合函数的全微分

第三节 方向导数与梯度

1. 方向导数
2. 梯度

第四节 泰勒公式与极值问题

1. 高阶偏导数
2. 中值定理和泰勒公式
3. 极值问题

第十八章 隐函数定理及其应用

1. 教学基本要求

理解隐函数, 隐函数组的概念, 掌握隐函数一阶、二阶导数的求法及在几何上的应用, 掌握拉格朗日乘数法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

深刻理解隐函数, 隐函数组的概念。掌握变换的函数行列式及逆变换的概念。理解空间曲线的切线与法平面; 曲面的切平面与法线的定义并掌握其求法。了解隐函数存在唯一性定理及可微性定理。了解隐函数组定理, 反函数组定理。掌握隐函数一阶、二阶导数的求法。掌握拉格朗日乘数法。

3. 教学重点和难点

教学重点是隐函数的存在定理, 隐函数与隐函数组的求导法则。多元函数的微分在几何中的应用,。教学难点是条件极值与 **Lagrange** 乘数法。

4. 教学内容

第一节 隐函数

1. 隐函数的概念
2. 隐函数存在性条件的分析
3. 隐函数定理
4. 隐函数求导举例

第二节 隐函数组

1. 隐函数组概念
2. 隐函数组定理
3. 反函数组与坐标变换

第三节 几何应用

1. 平面曲线的切线与法线
2. 空间曲线的切线和法平面
3. 曲面的切平面和法线

第四节 条件极值

1. 变条件极值为无条件极值
2. 拉格朗日乘数法

第十九章 含参量积分

1. 教学基本要求

掌握含参量正常积分与反常积分的性质，会判断含参量反常积分的一致收敛性。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

掌握含参量正常积分及性质；掌握对含参量积分的求导方法。掌握含参量非正常积分及性质、一致收敛判别法。

3. 教学重点和难点

教学重点含参量正常积分的性质，含参变量的反常积分的一致收敛的判别法及一致收敛积分的分析性质。教学难点是含参变量的反积分的一致收敛的判别法。

4. 教学内容

第一节 含参量正常积分

1. 参量正常积分的连续性、可微性、可积性

第二节 含参量反常积分

1. 一致收敛性及其判别法
2. 含参量反常积分的性质

第二十章 曲线积分

1. 教学基本要求

理解两类曲线积分概念，区别及联系。熟练掌握两类曲线积分的计算方法，掌握格林公式，以及曲线积分与路径无关的条件。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

深刻理解第一型、第二型曲线积分的概念及物理意义，掌握第一型、第二型曲线积分的计算及联系。掌握 Green 公式，曲线积分与路径无关的条件。

3. 教学重点和难点

教学重点第一、二类曲线积分的概念，计算方法。教学难点是第二类曲线积分的概念和计算，Green 公式。

4. 教学内容

第一节 第一型曲线积分

1. 第一型曲线积分的定义
2. 第一型曲线积分的计算

第二节 第二型曲线积分

1. 第二型曲线积分的定义
2. 第二型曲线积分的计算
3. 两类曲线积分的联系

第二十一章 重积分

1. 教学基本要求

理解二重和三重积分的概念，掌握二重三重积分的计算方法和重积分的变量变换公式。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

掌握平面有界点集可求面积的条件，掌握二重积分可积性判定，深刻理解二重积分、三重积分的概念及二重积分的几何意义。了解二重积分存在的条件及重积分的性质。熟练掌握化二重积分、三重积分为累次积分的方法。掌握重积分的换元法。**Green** 公式，曲线积分与路径无关的条件。牢固掌握二重积分变量变换定理。掌握利用重积分计算曲面面积的方法，了解重积分在物理中的应用。

3. 教学重点和难点

教学重点重积分的概念，二重积分与三重积分算法；二重积分与三重积分的变量代换。重积分的应用。

教学难点是二重积分与三重积分的变量代换。

4. 教学内容

第一节 二重积分的概念

1. 平面图形的面积
2. 二重积分的定义及其存在性
3. 二重积分的性质

第二节 直角坐标系下二重积分的计算

1. 化二重积分为累次积分

第三节 格林公式、曲线积分与路线的无关性

1. 格林公式
2. 曲线积分与路线的无关性

第四节 二重积分的变量变换

1. 二重积分的变量变换公式
2. 用极坐标计算二重积分

第五节 三重积分

1. 三重积分的概念
2. 化三重积分为累次积分
3. 三重积分还原法

第六节 重积分的应用

1. 曲面的面积

第二十二章 曲面积分

1. 教学基本要求

理解两类曲面积分的概念，掌握两类曲面积分的计算。掌握高斯和斯托克斯公式。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

理解简单闭曲线，域的连通性，曲面的侧等概念。牢固掌握高斯公式、斯托克斯公式。了解两类曲面积分，两类曲面积分的联系。熟练掌握曲面积分，曲面积分的计算。

3. 教学重点和难点

教学重点曲面积分的概念，曲面积分的计算方法，Gauss 公式和 Stokes 公式计算曲面积分的方法。教学难点是第二型曲面积分概念，Gauss 公式和 Stokes 公式计算曲面积分。

4. 教学内容

第一节 第一型曲面积分

1. 第一型曲面积分的概念
2. 第一型曲面积分的计算
3. 函数项级数的一致收敛性判别法

第二节 第二型曲面积分

1. 曲面的侧
2. 第二型曲面积分的概念
3. 第二型曲面积分的计算
4. 两类曲面积分的联系

第三节 高斯公式和斯托克斯公式

1. 高斯公式
2. 斯托克斯公式

四、学时分配

1. 讲授内容及学时分配

| 章序 | 内容 | 课时 | 备注 |
|----|--------------------|----|----|
| 十五 | 傅里叶 (Fourier) 级数 | 6 | |
| 十六 | 多元函数的极限和连续 | 8 | |
| 十七 | 多元函数微分学 | 12 | |
| 十八 | 隐函数定理及其应用 | 8 | |
| 十九 | 含参量积分 | 6 | |

| | | | |
|-----|------|----|--|
| 二十 | 曲线积分 | 4 | |
| 二十一 | 重积分 | 12 | |
| 二十二 | 曲面积分 | 8 | |
| 合计 | | 64 | |

2. 实践内容及学时分配

| 序号 | 项目名称 | 内容提要 | 学时 | 必/选开 |
|----|--------------|--|----|------|
| 1 | 傅里叶级数习题 | 1. 以 2π 为周期的函数的傅里叶级数 2. 以 $2l$ 为周期的函数的 Fourier 级数 3. 偶函数和奇函数的 Fourier 级数 | 2 | 必做 |
| 2 | 多元函数的极限和连续习题 | 1. 掌握计算多元函数各种极限 2. 掌握多元函数连续概念 | 2 | 必做 |
| 3 | 多元函数微分学习题 | 1. 掌握多元函数的偏导数及全微分 2. 掌握复合函数全微分 3. 掌握高阶偏导和极值求法 | 2 | 必做 |
| 4 | 隐函数定理及其应用习题 | 1. 隐函数与隐函数组的求导法则 2. 多元函数的微分在几何中的应用 3. 条件极值与 Lagrange 乘数法 | 2 | 必做 |
| 5 | 含参量积分习题 | 1. 掌握对含参量积分的求导方法. 2. 掌握含参量非正常积分及性质、一致收敛判别法 | 2 | 必做 |
| 6 | 曲线积分习题 | 1. 掌握第一类曲线积分的计算方法 2. 掌握第二类曲线积分的计算方法 | 2 | 必做 |
| 7 | 重积分习题 | 1. 掌握二重积分与三重积分算法 2. 掌握二重积分与三重积分的变量代换 | 2 | 必做 |
| 8 | 曲面积分习题 | 1. 掌握曲面积分的计算方法, 2. 掌握 Gauss 公式和 Stokes 公式 | 2 | 必做 |
| 合计 | | | 16 | |

五、主用教材及参考书

(一) 主用教材:

《数学分析》(上、下册)(第四版) 主编: 华东师范大学数学系 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 2010 年。

(二) 参考书:

1. 《数学分析》(上、下册)(第三版) 主编: 复旦大学数学系 出版社: 高等教育出版社 出版或修订时间: 1992 年。
2. 《数学分析》(上、下册)(第三版) 主编: 刘玉琏, 傅沛仁 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 1991 年。
3. 《数学分析习题课课程》(上、下册) 主编: 郑英元, 毛羽辉, 宋国栋等 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 1994 年。
4. 《数学分析习题集》 主编: 吉米多维奇 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 1982 年。

执笔: 韦毅华

审定: 张秦 梁桂珍