

# 《数学物理方程》教学大纲

课程编码：112727

课程名称：数学物理方程

学时/学分：54/3

先修课程：《数学分析》、《高等代数》、《实变函数》

适用专业：信息与计算科学

开课教研室：分析与程教研室

## 一、课程性质与任务

1. 课程性质：数学物理方程是数学类基础课程之一，是信息与计算科学专业学生的选修课。

2. 课程任务：数学物理方程在数学其它分支和自然科学与工程技术中的应用极为广泛，因此掌握几类重要的数学物理方程的数学处理技术，是很多学科的学生的最基本素养之一。本课程将尽可能地结合物理背景，系统地对几类典型方程数学结构、求解方法、解的性质以及物理意义进行详细阐述，为学生日后的学习和工作打下坚实的基础，提供强有力的工具，并为进一步了解和应用现代偏微分方程的有关内容提供重要帮助。

## 二、课程教学基本要求

数学物理方程指从物理学及其他各门自然科学、技术科学所产生的偏微分方程(有时也包括积分方程、微分积分方程等)。它们反映了有关的未知变量关于时间的导数和与空间变量的导数之间的制约关系。连续介质力学、电磁学、量子力学等方面的基本方程都属于数学物理方程的范畴。通过本课程的教学使学生获得有关偏微分方程的一些基本概念、基本方法，掌握三个典型方程定解问题的解法，为后继课程进一步扩大数学知识面提供了必要的数学基础。

成绩考核形式：末考成绩（开卷考查）（70%）+平时成绩（平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）。成绩评定采用百分制，60分为及格。

## 三、课程教学内容

### 第一章 波动方程

#### 1. 教学基本要求

通过本章的教学使学生初步了解数学物理方程方法及特点，掌握方程的解法及所表示的物理意义。

#### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章的教学使学生了解波动方程的导出方法，领会定解条件及意义，熟练掌握初边

值问题的分离变量法解方程，能解高维波动方程的柯西问题，明确波的传播与衰减的意义，用能量不等式确定方程解的唯一性和稳定性。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是波动方程的导出方法、初边值问题的分离变量法解方程、高维波动方程的柯西问题、用能量不等式确定方程解的唯一性和稳定性。教学难点是初边值问题的分离变量法解方程、解高维波动方程的柯西问题。

### 4. 教学内容

#### 第一节 方程的导出、定解条件

1. 弦振动方程的导出
2. 定解条件
3. 定解问题适定性概念

#### 第二节 达朗贝尔 (d'Alembert) 公式、波的传播

1. 叠加原理
2. 弦振动方程的达朗贝尔解法
3. 传播波
4. 依赖区间、决定区域和影响区域
5. 齐次化原理

#### 第三节 初边值问题的分离变量法

1. 分离变量法
2. 解的物理意义
3. 非齐次方程的情形
4. 非齐次边界条件的情形

#### 第四节 高维波动方程的柯西问题

1. 膜振动方程的导出
2. 定解条件的提法
3. 球平均法
4. 降维法
5. 非齐次波动方程柯西问题的解

#### 第五节 波的传播与衰减

1. 依赖区域、决定区域和影响区域
2. 惠更斯 (Huygens) 原理、波的弥散
3. 波动方程解的衰减

#### 第六节 能量不等式、波动方程解的唯一性和稳定性

1. 振动的动能和位能

2. 初边值问题解的唯一性与稳定性
3. 柯西问题解的唯一性与稳定性

## 第二章 热传导方程

### 1. 教学基本要求

掌握通过物理原理建立热传导方程,热传导方程混合问题的分离变量法和柯西问题的傅立叶变换法,掌握极值原理及定解问题解的唯一性和稳定性,理解解的渐进性态。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章的教学使学生初步了解通过物理原理建立热传导方程,能用分离变量法解初边值问题,用傅立叶变换对柯西问题求解,用极值原理确定定解问题解的唯一性和稳定性。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是分离变量法与傅立叶变换法。教学难点是傅立叶变换法、极值原理及定解问题解的唯一性和稳定性。

### 4. 教学内容

#### 第一节 热传导方程及其定解问题的导出

1. 热传导方程的导出
2. 定解问题的提法
3. 扩散方程

#### 第二节 初边值问题的分离变量法

1. 一个空间变量的情形
2. 圆形区域上的热传导问题

#### 第三节 柯西问题

1. 傅里叶变换及其基本性质
2. 热传导方程柯西问题的求解
3. 解的存在性

#### 第四节 极值原理、定解问题解的唯一性和稳定性

1. 极值原理
2. 初边值问题解的唯一性和稳定性
3. 柯西问题解的唯一性和稳定性

#### 第五节 解的渐近性态

1. 初边值问题解的渐近性态
2. 柯西问题解的渐近性态

## 第三章 调和方程

### 1. 教学基本要求

通过本章学习,掌握格林公式、格林函数及其应用,理解并掌握调和函数的性质,了解强极值原理在分析第二边问题解的唯一性上的运用。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章的教学使学生能够建立调和方程,明确定解条件,熟练掌握格林公式及其应用,了解格林函数,及用强极值原理判定第二边值问题解的唯一性。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是格林函数的性质及调和函数。教学难点是强极值原理及第二边值问题解的唯一性。

### 4. 教学内容

#### 第一节 建立方程、定解条件

1. 方程的导出
2. 定解条件和定解问题
3. 变分原理

#### 第二节 格林公式及其应用

1. 格林(Green)公式
2. 平均值定理
3. 极值原理
4. 第一边值问题解的唯一性及稳定性

#### 第三节 格林函数

1. 格林函数及其性质
2. 静电源像法
3. 解的验证
4. 单连通区域的格林函数
5. 调和函数的基本性质

#### 第四节 强极值原理、第二边值问题解的唯一性

1. 强极值原理
2. 第二边值问题解的唯一性
3. 用能量积分法证明边值问题的解的唯一性

## 第四章 二阶偏微分方程的分类与总结

### 1. 教学基本要求

通过本章学习,掌握两个自变量的二阶线性方程的化简、方程的分类,理解特征方程的

概念，了解三大类方程的比较，理解方程的解的最大模估计和能量模估计。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章的教学使学生初步掌握二阶线性方程的分类方法，二阶线性方程的特征理论，三类方程的特点。

## 3. 教学重点和难点

教学重点是方程的分类，化简方程。教学难点是最大模估计和能量估计。

## 4. 教学内容

### 第一节 二阶线性方程的分类

1. 两个自变量的方程
2. 两个自变量的二阶线性方程的化简
3. 方程的分类
4. 例
5. 多个自变量的方程的分类

### 第二节 二阶线性方程的特征理论

1. 特征概念
2. 特征方程
3. 例

### 第三节 三类方程的比较

1. 线性方程的叠加原理
2. 解的性质的比较
3. 定解问题提法的比较

### 第四节 先验估计

1. 椭圆型方程解的最大模估计
2. 热传导方程解的最大模估计
3. 双曲型方程解的能量估计
4. 抛物型方程解的能量估计
5. 椭圆型方程解的能量估计

## 四、学时分配

章序	内容	课时	备注
一	波动方程	16	
二	热传导方程	12	
三	调和方程	12	
四	二阶偏微分方程的分类与总结	14	

合计		54	
----	--	----	--

## 五、主用教材及参考书

### (一) 主用教材:

《数学物理方程》(第二版) 主编: 谷超豪、李大潜等 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 2002 年。

### (二) 参考书:

1. 《数学物理方程》主编: 陈恕行等 出版社: 复旦大学出版社 出版时间: 2003 年。
2. 《数学物理方程》主编: 吴方同 出版社: 武汉大学出版社 出版时间: 2001 年。
3. 《数学物理方法》主编: 姚端正、梁家宝等 出版社: 科学教育出版社 出版时间: 2010 年。

执笔: 赵守娟

审定: 张秦 梁桂珍